LÖSNING AF UPPGIFTER

I

ARITMETIK OCH ALGEBRA,

TILL LEDNING VID UPPSATSSKRIFNING,

AF

K. P. NORDLUND.

Utgifvarens förlag.

GEFLE 1896.
GEFLE-POSTENS TRYCKERI.

Föreliggande arbete är afsedt att vara ett hjälpmedel för affattande af de skriftliga uppsatser, som nu åläggas lärjungarne i de fyra högsta klasserna vid de allmänna läroverken. Arbetet består af fyra afdelningar. Den första innehåller aritmetiska uppgifter. Att dylika blifvit intagna i samlingen, oaktadt skolstadgan påbjuder, att aritmetiken skall vara afslutad i femte klassen, har sin grund däri, att lärjungar, som genomgått denna klass, i allmänhet ej visat sig ega nödiga kunskaper i ämnet. Äfven torde detta lilla arbete, ehuru närmast afsedt för de fyra högsta klasserna, kunna blifva till gagn för några af de lägre klasserna, ty nyttan för lärjungar i dessa klasser att något sysselsätta sig med skriftliga redogörelser för lösningar af räkneuppgifter är påtaglig. Min åsikt är, att dylika uppgifter äfven böra upptagas såsom ämnen för uppsatsskrifning i de fyra högsta klasserna. Att behandla dem med algebra är från praktisk ståndpunkt olämpligt, såsom varande alltför tidsödande. Äfven i pedagogiskt hänseende har det naturliga lösningssättet afgjordt företräde framför det algebraiska, emedan tankeförmågan skärpes och öfvas bättre genom det förra än genom det senare. För att visa detta har jag intagit en uppgift, som förekom bland uppsatsämnena vårterminen 1895. Den förekommer sist i första afdelningen under numret 33. Skall denna uppgift lösas med algebra, så kräfves en tid af 20 à 30 minuter, då den kan lösas på 1 à 2 minuter med naturlig räkning.

Enär behandlingen af räkneuppgifterna i väsentliga delar skiljer sig från den i skolorna allmännast använda, så meddelas här några förklarande upplysningar i ämnet.

Ordet “procent“ förekommer, såsom bekant är, oupphörligt i de uppgifter, som förekomma i det praktiska lifvet. Det är därför af stor vikt att bibringa lärjungarna en rätt betydelse af detta ord. Den ordagranna öfversättningen är “för hundra“, den andra, som är mera konstlad, är "hundradelar". Huruvida man skall återgifva ordets betydelse på det ena eller andra sättet, beror på uppgiftens natur. Är det frågan om att bestämma årsräntan t. ex. å 12 kr., då årsprocenten är $4\frac{1}{7}$, så har öfversättningen "för hundra" afgjordt företräde framför "hundradelar", såsom följande lösningar skola visa:

1) För 100 öre eller 1 kr. är årsräntan $4\frac{1}{7}$ öre, således är årsräntan å 12 kr. 12-falden af $4\frac{1}{7}$ öre, som är $49\frac{5}{7}$ öre.

2) Årsräntan å 12 kr. är $4\frac{1}{7}$ hundradelar eller 29 sjuhundradelar af 12 kr., som är $\frac{87}{175}$ kr. Öretalet till denna penningsumma är $\frac{8700}{175} = \frac{348}{7} = 49\frac{5}{7}$.

Använder man det förra beräkningssättet, så kan svaret lätt erhållas genom hufvudräkning, då det senare sättet kräfver en onödigt lång tid. Såsom man finner, har man först delat med 100 och sedan mångfaldigat med 100, hvilket naturligtvis är en tidsödande omväg. Det senare beräkningssättet är en kvarlefva från den tid, då vårt hufvudmynt var lika med 48 skillingar. När nu 1 krona är lika med 100 öre, så böra vi vid räkning begagna oss af denna stora fördel.

Gäller åter frågan t. ex. att bestämma inköpspriset, då försäljningspriset och procenttalet till förhållandet mellan vinsten och inköpspriset äro gifna, har öfversättningen "hundradelar" stort företräde.

Emedan beräkning af räntor förekommer mycket ofta i det praktiska lifvet, har man uppfunnit åtskilliga genvägar för detta arbete. Dessa finnas anförda och förklarade i ex. 3 jämte bifogade anmärkningar.

I en stor mängd praktiska räkneuppgifter förekomma tre storheter, af hvilka en är summa af de bägge andra. Såsom exempel anföras uppgifter, hvari ingå 1) Inköpspris, försäljningspris och vinst eller förlust, 2) Bruttopris, nettopris och rabatt, 3) Bruttovikt, nettovikt och tara, 4) Försäljningspris, behållning och provision, 5) Begynnelsekapital, slutkapital och ränta, 6) Växelbelopp, växelvärde och diskont, 7) Legeringar, hvari ingå två metaller, 8) Kemiskt sammansatta kroppar, som innehålla två enkla kroppar, 9) En kropps vikt i luften, en kropps vikt i vattnet, vikten å det af kroppen undanträngda vattnet o. s. v. Alla dylika uppgifter lösas på likartadt sätt. Jag skall nu någorlunda omständligt redogöra för det af mig använda tillvägagångssättet. De storheter, som först väljas, äro räta linjer, som uppritas på svarta taflan. De räta linjerna benämnas *a*, *b* och *s*, af hvilka *s* är summa af *a* och *b* (bokstäfverna *a*, *b* och *s* sättas vid linjernas venstra ändpunkter). Antag, att *b* är 3 åttondelar af *a*, hvaraf följer, att, om *b* delas i 3 lika delar och *a* i 8 lika delar, hvarje del af *a* är lika med hvarje del af *b*. Linjerna *a* och *b* delas efter ögonmått på det uppgifna sättet och *s* i 11 lika delar, då de tre linjernas alla delar blifva lika stora. Antag vidare *s* vara $3\frac{1}{7}$ dm ("$3\frac{1}{7}$ dm" sättes öfver *s*). Därefter beräknas storleken å hvarje del, som är $\frac{2}{7}$ dm, och sedan storlekarna af *a* och *b*, som äro $2\frac{2}{7}$ dm och $\frac{6}{7}$ dm. Sedan lärjungarna säkert kunna verkställa de gifna linjernas delning och beräkna de okända linjernas längder, öfvas de med att under linjerna utsätta delarnes antal eller de s. k. proportionstalen, utan att uppdela linjerna, och därefter verkställa uträkningen. Sedan de vunnit full säkerhet i denna öfning, öfvergår man till lösning af uppgifter, då förhållandet mellan tvänne linjer är angifvet genom procenttal. Antag uppgiften vara följande: Af tre linjer *a*, *b* och *s* är *s* summa af *a* och *b*. Linjen *a* är $2\frac{2}{3}$ dm, linjen *b* är $37\frac{1}{2}$ procent af *s*. Huru stora äro *b* och *s*? *Svar:* $1\frac{3}{5}$ dm och $4\frac{4}{15}$ dm.

$37\frac{1}{2}$ procent $= 37\frac{1}{2}$ hundradelar $= 75$ tvåhundradelar $=$ 3 åttondelar.

Under *b* sättes 3, under *s* 8 och således under *a* 5 och öfver *a* $2\frac{2}{3}$ dm. Sedan detta diagram är färdigt verkställes uträkningen.

Därefter öfvergår man till lösning af uppgifter, i hvilka storheterna äro penningsummor, vikter, ytor o. s. v. Vid dylika uppgifters lösning användas äfven linjerna *a*, *b* och *s* och man låter dem representera penningsummor, vikter m. m.

Om t. ex. i en uppgift förekomma inköpspris, försäljningspris och vinst, så representerar *a* inköpspriset, *b* vinsten och *s* försäljningspriset. Om vinsten uppgifves vara $7\frac{1}{2}$ procent eller 3 fyrtiondelar af inköpspriset, så sättes under *b* 3, under *a* 40 och således under *s* 43 (man bör först utsätta täljaren i förhållandet under den linje, till hvilken den hör, och därefter nämnaren, då det sedan är lätt att bestämma talet, som skall sättas under den tredje linjen). Om försäljningspriset uppgifves vara 656 kr., så sättes "656 kr." öfver s. Sedan diagrammet är färdigt verkställes uträkningen, hvarvid följande bör anmärkas: först skulle 656 kr. delas i 43 lika delar, därefter skulle den erhållna delen mångfaldigas med 40, då man vill erhålla inköpspriset, men emedan det är tidsbesparande att först mångfaldiga och sedan dela, så böra lärjungarna verkställa räkningen i denna ordningsföljd.

Skulle åter i uppgiften förekomma: inköpspris, försäljningspris och förlust, så representerar a försäljningspriset, b förlusten och s inköpspriset, som då är summa af de bägge öfriga. Om förlustprocenten skulle vara $7\frac{1}{2}$, så sättes under b 3, under s 40, och i följd däraf under a 37.

Ändamålet med linjernas uppritande och utsättande af delarnes antal är att genom åskådning underlätta lärjungarnas uppfattning af dylika uppgifter. Efter några åskådningsöfningar, kunna de mera försigkomna lärjungarna obehindradt lösa dylika uppgifter utan att taga linjerna till hjälp. Sättet att representera storheter med linjer kan äfven med stor fördel användas, då storheternas antal är mer än 3, blott en af dem är summa af de öfriga.

Man har försökt att genom användande af prepositioner, såsom "af", "med", "till", "på", "från" o. s. v. efter ordet "procent" öfvervinna svårigheterna, men det har visat sig vara outförbart i synnerhet med lärjungar, som sakna matematiska anlag. Ett annat förslag att besegra svårigheterna är, att först låta lärjungarna genomgå en inledande kurs i algebra, som vore tillräcklig för ändamålet. Detta förslag leder visserligen säkrare till målet än det med "prepositionerna", men är alltför tidsödande och opraktiskt. För den algebraiska "godtköpskursens" inlärande åtgår minst 1 år. Därtill kommer, att för lösningar med algebra, såsom förut är påpekadt, åtgår betydligt längre tid än med enkel och naturlig räkning.

Den andra afdelningen utgör en inledning till de två öfriga och innehåller en öfversikt af algebrans viktigaste delar. Den tredje och fjärde afdelningen innehålla uppgifter jämte lösningar. Jag har lagt mig vinning om att få uppgifterna instruktiva samt lösningarna enkla och naturliga. De uppgifter, som äro försedda med asterisk*), hafva utvalts bland dem, som blifvit utdelade af Ecklesiastikdepartementet för de skriftliga mogenhetsexamina.

Gefle i Januari 1896.

K. P. Nordlund.

I.

Uppgifter i aritmetik.

1) *Huru stor är räntan å 596 kr. under 89 dagar, då årsprocenten är 4?*

Öretalet till årsräntan är

596 . 4 = 2384

Öretalet till räntan under 89 år är

89 . 2384 = 212176

Öretalet till räntan under 89 dagar är

212176 : 360 = 589

Svar: Räntan är 5 kr. 89 öre.

---

2) *Huru stor är räntan å 785 kr. 75 öre under 3 mån. 8 dag., då årsprocenten är $4\frac{1}{3}$?*

Öretalet till årsräntan, då proc. är 13, är

785,75 . 13 = 10214,75

Öretalet till räntan under 98 år, då procenten är 13, är

98 . 10214,75 = 1001045,5

Öretalet till räntan under 3 m. 8 d. eller 98 dagar, då procenten är $4\frac{1}{3}$, är

1001045,5 : 1080 = 927

Svar: Räntan är 9 kr. 27 öre.

---

3) *Huru stor är räntan å 785 kr. 75 öre under 3 mån. 8 dag., då årsprocenten är $4\frac{1}{2}$?*

Anm. Procenttalet $4\frac{1}{2}$ är en jämn del af 360.

Öretalet till årsräntan, då procenten är 1, är

785,75

Öretalet till räntan under 98 år, då proc. är 1, är

98 . 785,75 = 77003,5

Öretalet till räntan under 98 dag., då proc. är $4\frac{1}{2}$, är $4\frac{1}{2}$ trehundrasextiondelar eller 1 åttiondel af 77003,5

77003,5 : 80 = 963

Svar: Räntan är 9 kr. 63 öre.

Anm. 1. Emedan 4 är en jämn del af 360, så kan öretalet till räntan i uppgiften 1) beräknas på samma sätt som i 3). Öretalet blir

89 . 596 : 90 = 53044 : 90 = 589.

Anm. 2. När procenttalet är en jämn del af 360, så erhålles öretalet till räntan på det sätt, att produkten af kapitalets krontal och tidens dagtal delas med det hela tal, som angifver förhållandet mellan 360 och procenttalet. Äro procenttalen a) 6, b) 5, c) $4\frac{1}{2}$, d) 4, e) $3\frac{3}{4}$, f) 3,6, g) $3\frac{1}{3}$, h) 3, i) $2\frac{1}{2}$, k) 2, så skall nämnda produkt delas med a) 60, b) 72, c) 80, d) 90, e) 96, f) 100, g) 108, h) 120, i) 144, k) 180.